

量子アルゴリズム探索における幾何学的手法

中山 亮

量子計算とは、電子やある種の原子が持つスピンと呼ばれる物理量に、「磁場をかける」、「複数のスピンを相互作用させる」といった物理操作を用いて計算に対応する時間的変化を起こさせることである。量子計算では、スピンを情報媒体 (qubit) として用いることで、その量子並列性から古典計算では効率的に解くことのできないある種の問題を非常に効率的に解くことができるとされている。複雑な計算を行う場合、複数のスピンの複雑な物理操作を行うことが必要になるが、それらを一度に行うことは困難である。そこで、一つのスピンのみ磁場をかけたり、二つのスピンを相互作用させるといった、比較的实现が容易な物理操作を逐次的に施すことで、複雑な計算を実現する。この実現が容易な物理操作を量子ゲートといい、これを施す順番を量子アルゴリズムという。数学的には、qubit の状態は複素列ベクトル、複雑な計算を表す時間的変化や量子ゲートの作用はそこにユニタリ行列をかけることで表される。量子アルゴリズムの生成は、複雑な計算を表すユニタリ行列を、量子ゲートに対応する行列の積に分解することを意味する。量子アルゴリズムが効率的であるとされるのは、qubit 数の増加に対し、量子ゲート数の増加が qubit 数の多項式に抑えられる場合である。しかし、そういった量子アルゴリズムを発見することは困難であり、量子計算における大きな課題の一つとなっている。

Nielsen 等は行列空間上に距離を定義することで、最適な量子アルゴリズムの探索問題を幾何学の最短曲線探索問題に置き換えた。これは、単位行列と目的のユニタリ行列を結ぶ最短曲線が得られれば、その曲線の長さの多項式ステップ数で量子アルゴリズムが生成可能であることを示すものである。さらに中島は、最適制御理論の分野で用いられる Krotov 法を Nielsen 等の最短曲線探索問題に適用し、指定した 2 点間を結ぶ測地線を探索する手法を開発した。この研究で中島は、「指定した長さを持つ曲線で、終点が目的とするユニタリ行列になるべく近いものを Krotov 法で求める」ことを、その長さを少しずつ伸ばしながら繰り返すという手法を取った。しかしこの方法では、最初の曲線の長さを 2 点間の距離より大きくとると曲線が測地線に近付いていかず、計算時間が発散してしまうという問題がある。また最初の曲線の長さを 2 点間の距離より短くとっても、曲線の長さを距離に近づけていくにつれて計算時間が増大し、発散してしまう。

そこで本研究では、Krotov 法による測地線探索に曲線の長さに関わりの深い "energy" を導入してシミュレータを作成し、量子計算において重要な意味を持つ量子フーリエ変換を表す行列について単位行列とそれを結ぶ測地線を探索した。結果、最初の曲線の長さを 2 つの行列の距離より小さくとった場合も大きくとった場合も、曲線を 2 つの行列を結ぶ測地線に近づけていくことができた。

(指導教員 鎮目浩輔)